

Cuprins



PROBLEME

- | | |
|--|-----------|
| 1. Metoda grafică | 5 |
| Suma și diferența | |
| Suma și câțul | |
| Diferența și câțul | |
| Suma, câțul și restul | |
| Diferența, câțul și restul | |
| Evoluția în timp a unor mărimi. | |
| Recuperarea unei diferențe prin transfer | |
| Probleme cu alte reprezentări decât prin segmente 2. | |
| 2. Metoda algebrică | 19 |
| 3. Metoda retrogradă | 24 |
| 4. Probleme de numerație | 29 |
| 5. Metoda comparației | 39 |
| 6. Metoda falsei ipoteze | 42 |

REZOLVĂRI

- | | |
|---------------------------------|-----------|
| 1. Metoda grafică | 45 |
| 2. Metoda algebrică | 68 |
| 3. Metoda retrogradă | 74 |
| 4. Probleme de numerație | 80 |
| 5. Metoda comparației | 90 |
| 6. Metoda falsei ipoteze | 93 |



PROBLEME



1. Metoda grafică



Probleme rezolvate

1. Suma și diferența

Atunci când se dau suma (S) și diferența (D) a două numere, dacă adunăm suma cu diferența obținem de două ori cel mai mare număr (N), iar dacă scădem diferența din sumă obținem de două ori numărul mai mic (n).

Putem scrie următoarele formule: $n = (S - D) : 2$ și $N = (S + D) : 2$

Problemă

Suma a două numere naturale este 30, iar diferența lor este 6. Determinați cele două numere.

Rezolvare

Notăm: n = numărul mai mic; N = numărul mai mare.

Atunci, $n + N = 30$ și $N - n = 6$.

→ Metoda I

Dacă scădem diferența 6 din sumă obținem de două ori numărul mai mic (n)



$$30 - 6 = 24 \text{ (de două ori } n)$$

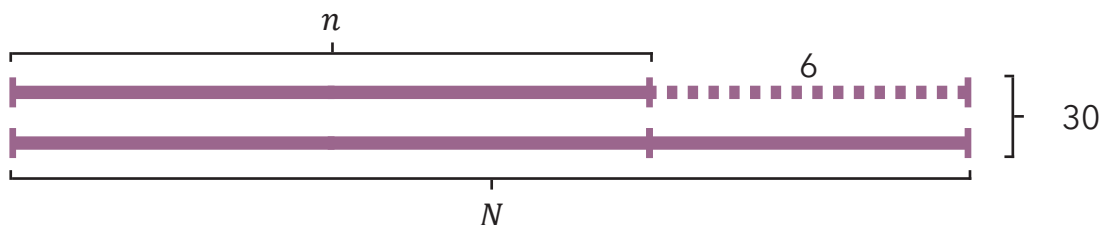
$$24 : 2 = 12 \text{ (} n)$$

$$12 + 6 = 18 \text{ (} N)$$

Deci cele două numere sunt 12 și 18. Verificare: $12 + 18 = 30$; $18 - 12 = 6$

→ Metoda II

Dacă adunăm suma cu 6 obținem de două ori numărul mai mare (N)



$$30 + 6 = 36 \text{ (de două ori } N)$$

$$36 : 2 = 18 \text{ (} N)$$

$$18 - 6 = 12 \text{ (} n)$$

2. Suma și câtul

Dacă: a = numărul mai mic

b = numărul mai mare

c = raportul dintre b și a

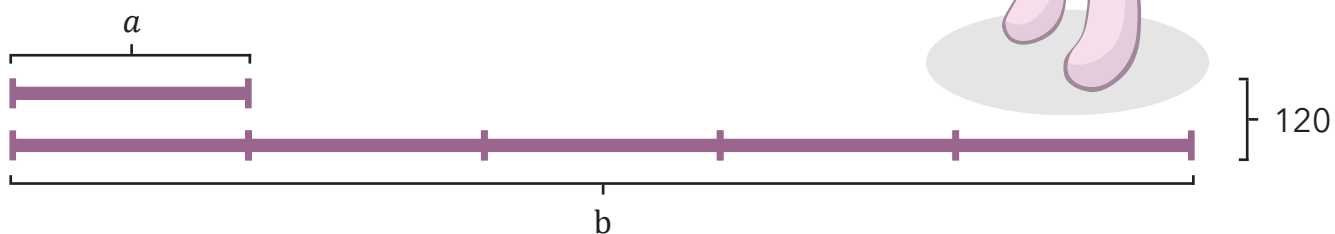
atunci: $a = S : (c + 1)$

$b = S : (c + 1) \times c$

Problemă

Suma a două numere naturale este 120. Aflați numerele știind că primul este de cinci ori mai mic decât al doilea.

Rezolvare

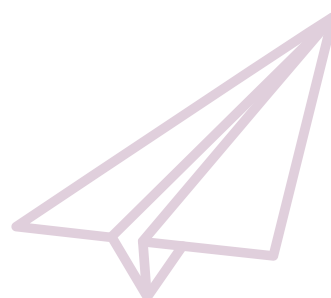
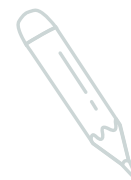


$$120 : 6 = 20 \text{ (} a)$$

$$20 \times 5 = 100 \text{ (} b)$$

Deci cele două numere sunt 20 și 100.

Verificare: $20 + 100 = 120$; $100 : 20 = 5$.



Rezolvare

$90 : 2 = 45$ l de apă se află la final în fiecare vas

$45 : 3 = 15$ l se află în V_1 după al doilea transfer

$45 - 15 = 30$ l s-au turnat din vasul V_2 în V_1

$45 + 30 = 75$ l se află în V_2 după primul transfer

$75 : 3 = 25$ l erau inițial în V_2

$90 - 25 = 65$ l erau inițial în V_1

	V_1	V_2
3) Final	45 l	45 l
2) Înainte de a tripla numărul de litri din primul vas (V_1)	15 l	75 l
3) Înainte de a tripla numărul litrilor de apă din al doilea vas (V_2)	65 l	25 l

Probleme propuse

1. Din dublul unui număr natural scădem 15. Dublăm rezultatul și apoi scădem 2, obținând 112. Determinați numărul.

2. Într-o tabără sunt copii de 8, 9, 10 și 11 ani. $\frac{3}{7}$ din numărul copiilor au 8 ani, $\frac{1}{4}$ din rest au 9 ani, $\frac{1}{6}$ din noul rest au 10 ani. Numărul copiilor de 10 ani este cu 128 mai mic decât numărul copiilor de 11 ani. Câți copii sunt în tabără?

3. Triplăm un număr și la numărul rezultat adăugăm 60. După ce dublăm noul număr și adăugăm la rezultat 60, obținem 480. Aflați valoarea numărului.

4. Dacă scădem din latura unui pătrat jumătate din ea și din rest scădem o pătrime, obținem 30 cm. Aflați perimetrul pătratului.

5. Avem două lăzi cu mere. Mutăm din prima ladă în a doua atât cât conține a doua. Apoi mutăm din a doua ladă în prima atât cât conține aceasta. La sfârșit, în fiecare ladă se află câte 24 kg de mere. Câte kilograme de mere au fost la început în fiecare ladă?



6. O brutărie se aprovizionează cu tot atâtea kilograme de făină câte există deja în magazie. Se consumă 115 kg de făină, apoi brutăria se aprovizionează cu tot atâtea kilograme câte avea în acel moment. Se consumă 98 kg de făină și în magazie rămân 56 kg de făină. Ce cantitate de făină a fost inițial în magazie?

7. Trei copii împart între ei niște creioane. Câte creioane va avea fiecare copil, dacă fiecare a luat jumătate dintre creioanele care se găseau în momentul în care i-a venit rândul plus încă un creion?

8. Determinați un număr natural de 4 cifre distincte care îndeplinesc condițiile:

- Prima cifră este de 3 ori mai mică decât a doua cifră.
- A doua cifră este cu 2 mai mare decât a treia cifră.
- A treia cifră reprezintă jumătate din a patra cifră.
- A patra cifră este 8.

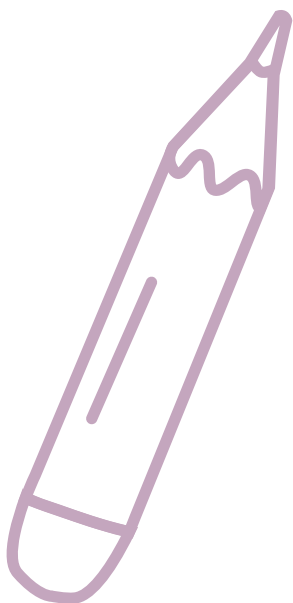
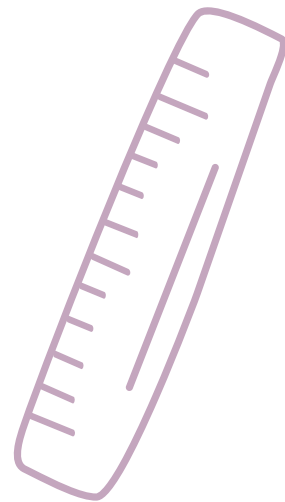
9. O veveriță mănâncă în prima zi cu 2 alune mai puțin decât două cincimi din numărul alunelor pe care le avea. A doua zi mănâncă trei sferturi din rest și încă 2 alune. A treia zi mănâncă cinci noimi din rest și încă 3 alune. Știind că i-au rămas 5 alune, aflați câte alune i-au rămas în fiecare zi și câte a avut la început?

10. Un călător și-a propus să parcurgă un drum în 4 zile. În prima zi a mers o distanță de 4 ori mai mică decât întreaga lungime a drumului, a doua zi a mers o distanță de 3 ori mai mică decât mai avea de mers, a treia zi jumătate din ce îi rămăsesse, iar a patra zi 20 km. Care este lungimea drumului?

11. Un călător are de făcut un drum. În prima zi parcurge $\frac{3}{10}$ din el, a doua zi $\frac{2}{7}$ din rest, a treia zi $\frac{1}{5}$ din noul rest și a patra zi ultimii 20 km. Care este lungimea drumului?

12. Patru numere satisfac condițiile:

- Primul este mai mic de 3 ori decât al doilea.
 - Al doilea este de 10 ori mai mare decât al treilea.
 - Al treilea este de 6 ori mai mic decât al patrulea.
 - Al patrulea este de 8 ori mai mic decât 720.
- Care sunt numerele?



4. Probleme de numeratie

Probleme rezolvate

1. Câte numere naturale sunt de la 8 până la 54?

Rezolvare

Din primele 54 de numere naturale nenule nu sunt folosite primele 7. Deci de la 8 până la 54 sunt: $54 - 7 = 47$ numere.

2. Câte numere naturale sunt de la 325 până la 1022?

Rezolvare

Dacă a și b sunt două numere naturale, $a < b$, atunci de la a până la b sunt $b - a + 1$ numere naturale. Deci de la 325 până la 1022 sunt: $1022 - 325 + 1 = 698$ numere.

Alte exemple:

- De la 0 până la 10 sunt 11 numere.
- De la 5 până la 27 sunt: $27 - 5 + 1 = 23$ numere.
- De la 14 până la 63 sunt: $63 - 14 + 1 = 50$ numere.

3. Câte numere pare sunt de la 106 până la 496?

Rezolvare

Numerele pare se scriu sub forma $n = 2k$, unde k este un număr natural. Avem : $106 = 2 \cdot 53$; $108 = 2 \cdot 54$; $110 = 2 \cdot 55$; $112 = 2 \cdot 56$; ... ; $496 = 2 \cdot 248$.

Observăm că fiecărui număr par dintre 106 și 496 îi corespunde un număr cuprins între 53 și 248. Deci sunt: $248 - 53 + 1 = 196$ numere.

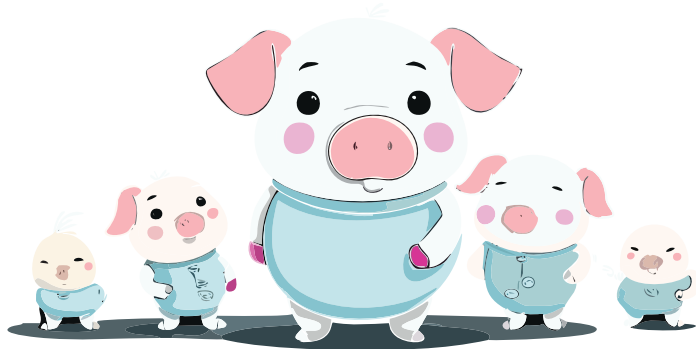


6. Metoda falsei ipoteze



Probleme rezolvate

1. Într-o curte aleargă găini și porci. În total sunt 40 de capete și 100 de picioare. Câte găini și câți porci sunt?



Rezolvare

Presupunem că în curte ar fi numai găini: $40 \cdot 2 = 80$ picioare.

Diferența de $100 - 80 = 20$ picioare se datorează faptului că în curte se află și porci, adică sunt $20 : 2 = 10$ porci și $40 - 10 = 30$ găini.

2. Pentru a umple un bazin cu apă se deschid 5 robinete de câte 250 l/h sau de câte 270 l/h. Bazinul are capacitatea de 1310 l. Câte robinete de fiecare fel sunt?

Rezolvare

Presupunem că toate robinetele ar avea debitul de 250 l/h, deci bazinul ar avea capacitatea de $250 \cdot 5 = 1250$ l. Diferența de $1310 - 1250 = 60$ l este dată de diferența de debit între robinete, care este de $270 - 250 = 20$ l.

Sunt $60 : 20 = 3$ robinete cu debitul de 270 l/h și $5 - 3 = 2$ robinete cu debitul de 250 l/h.